Passage des coordonnées géographiques aux coordonnées cartésiennes

Les coordonnées cartésiennes d'un point M (x, y, z) peuvent être exprimées en fonction des coordonnées géographiques de son correspondant M'(longitude **λ**, latitude **φ** et élévation **h**). En utilisant la surface mathématique ellipsoïde, on peut écrire :

$$\begin{cases} x = (N+h).\cos\varphi.\cos\lambda \\ y = (N+h).\cos\varphi.\sin\lambda \\ z = (N(1-e^2)+h).\sin\varphi \end{cases} \quad \textbf{\textit{[équation.1.]}} \quad \text{avec} \begin{cases} N = \dfrac{a}{w} \\ w = \sqrt{1-e^2\sin^2\varphi} \end{cases}$$

Passage des coordonnées cartésiennes aux coordonnées géographiques

Les coordonnées géographiques (longitude **λ**, latitude **φ** et élévation **h**) peuvent être exprimées en fonction des coordonnées cartésiennes. En utilisant la surface mathématique ellipsoïde, on peut écrire à partir des deux termes des équations ci-dessous ce qui suit :

$$tg\lambda = \frac{y}{x} \qquad \textbf{\textit{[équation.2.]}}$$

$x^2 + y^2 = [(N+h)\cos\varphi]^2$ ***[équation.3.]*** D'où : $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{x^2+y^2}}{(N+h)}$ ***[équation.4.]***

A partir du 3ème terme de l 'équation ***[équation.1.] on a :*** $z = (N(1-e^2)+h).\sin\varphi$

On peut obtenir : $\sin\varphi = \dfrac{z}{N(1-e^2)+h}$ ***[équation.5.]***

Les équations 4 et 5 nous permettent d'avoir :

On peut donc écrire : $tg\varphi = \dfrac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}\left(1-e^2\dfrac{N}{N+h}\right)^{-1}$ et

$$\varphi = \arctan\left[\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}\left(1-e^2\frac{N}{N+h}\right)^{-1}\right]$$

On remarque que le paramètre $N = \dfrac{a}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}}$ contient la latitude **φ**, d'où la nécessité d'un processus itératif pour aboutir à une valeur de **φ** exacte. La procédure à suivre et la suivante :

- On suppose une valeur approchée $\varphi_0 = \arctan\dfrac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}$

- On calcule une valeur $N_0 = \dfrac{a}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 \varphi_0}}$ puis $h_0 = \dfrac{\sqrt{x^2+y^2}}{\cos\varphi_0} - N_0$
- Pour atteindre $\varphi_1 = \arctan\left[\dfrac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}\left(1-e^2\dfrac{N_0}{N_0+h_0}\right)^{-1}\right]$ et $N_1, \quad h_1$
- On calcule $|\varphi_1 - \varphi_0| \langle \varepsilon$,
- On continue le calcul jusqu'à :..
- ..
- $\varphi_i = \arctan\left[\dfrac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}\left(1-e^2\dfrac{N_{i-1}}{N_{i-1}+h_{i-1}}\right)^{-1}\right]$ et $N_i, \quad h_i$
- Et on compare $|\varphi_i - \varphi_{i-1}| \langle \varepsilon$ avec $\varepsilon \cong 10^{-4} à 10^{-6}$"
- Lorsqu'on atteint une latitude $\boldsymbol{\varphi_n}$ convergeant vers une valeur stable, on l'adopte et on calcule les valeurs finales de $N_i, \quad h_i$.