Ch 1.2 : Conduction unidimensionnelle

Objectifs :

-Etudier le transfert de chaleur par conduction dans différentes géométries : mur plan, cylindre creux, sphère creuse

- Appliquer l'analogie électrique

- Effet de la génération interne de chaleur (source terme)

- Etude des ailettes

1. Transfert de chaleur à travers un mur plan

Hypothèses :

-La chaleur se propage principalement sur l'axe x (1-D)

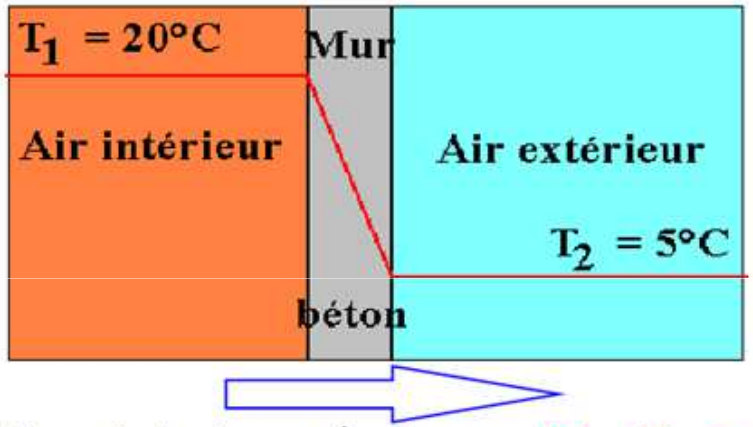
- Régime permanent

-Conductivité thermique constante

-Pas de génération interne (pas de terme source)

Analogie électrique

Une application intéressante de la solution de l'équation de diffusion en régime permanent (indépendante du temps) est le concept des résistances thermiques.



L'écart de température T_1 - T_2 provoque un flux de chaleur à travers le mur:

$$q'' = -k\left(\frac{dT}{dx}\right) = k\left(\frac{T_1 - T_2}{L}\right)$$

Ecart de température: $T_1 - T_2$ = 20°C - 5°C = 15°C

Epaisseur du mur: L = 0,20 m

k pour le béton: k = 0,92 W / (m .°C)

Densité de Flux thermique à travers le mur: q'' = 0,92 x 15 / 0,20 =69W/m²

Flux pour A = 60 m², **q** = q'' A = 4,1 kW

$$q'' = q/A = k\left(\frac{T_1 - T_2}{L}\right) \quad \Rightarrow \quad T_1 - T_2 = [L/kA]\,q$$

$$\boxed{T_1 - T_2 = R\,q \qquad \text{avec: } R = L/kA}$$

Différence de Potentiel — Résistance thermique

la Résistance Thermique est à rapprocher de: la Résistance Électrique

En électricité la loi d'Ohm: $\Delta U = R_{\text{électrique}}\, I$

$$R_{cond} = \frac{L}{kA} \equiv R_{\text{électrique}} = \frac{L}{\sigma A}$$

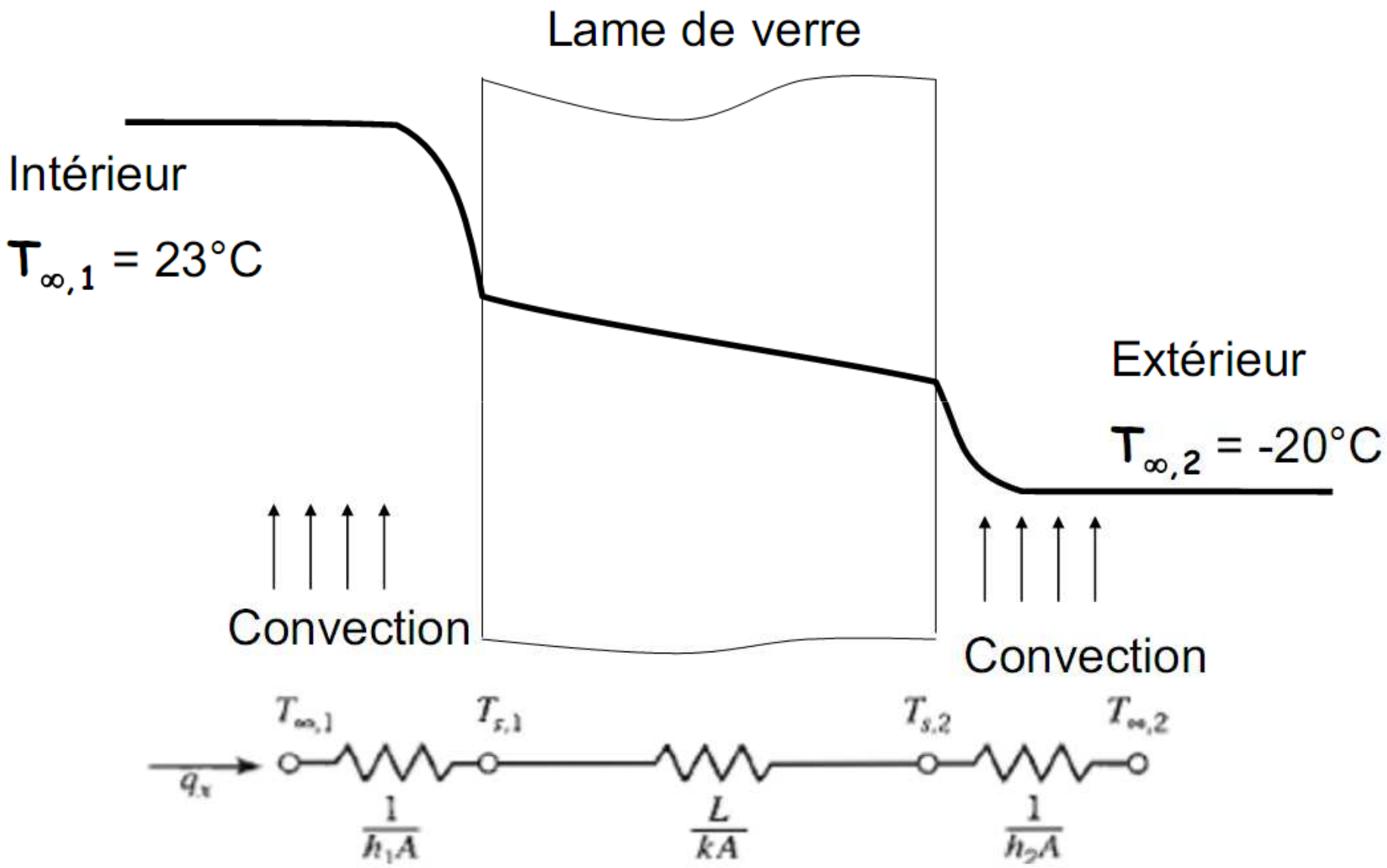
R s'exprime en °C/W ou en K/W

Rappel

Deux résistances (R_1 et R_2) en série : $R_{tot} = R_1 + R_2$

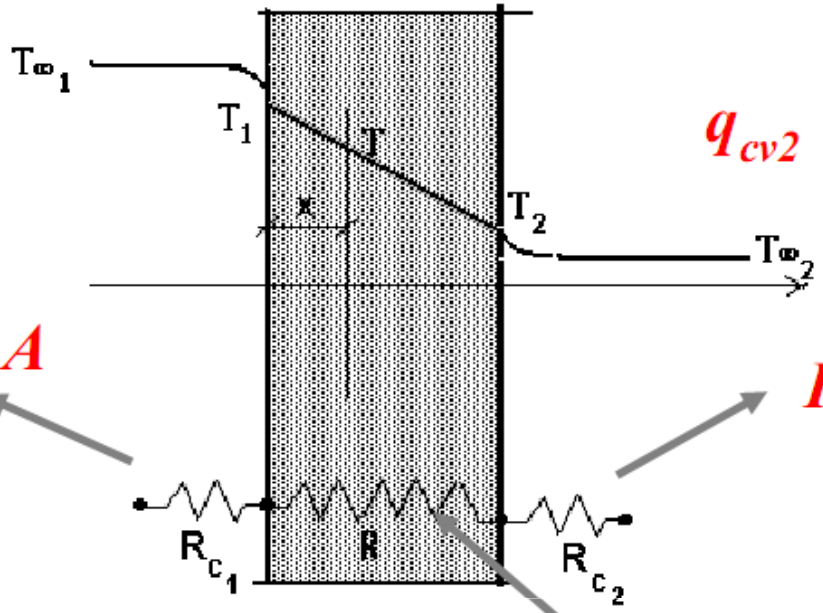
Deux résistances (R_1 et R_2) en parallèle: $R_{tot} = (1/R_1 + 1/R_2)^{-1}$

Exemple : Fenêtre simple vitrage



$q_{cv1} = h_1 A (T_{\infty 1} - T_1)$

$q_{cv2} = h_2 A (T_2 - T_{\infty 2})$



$R_{cv1} = 1 / h_1 A$

$R_{cv2} = 1 / h_2 A$

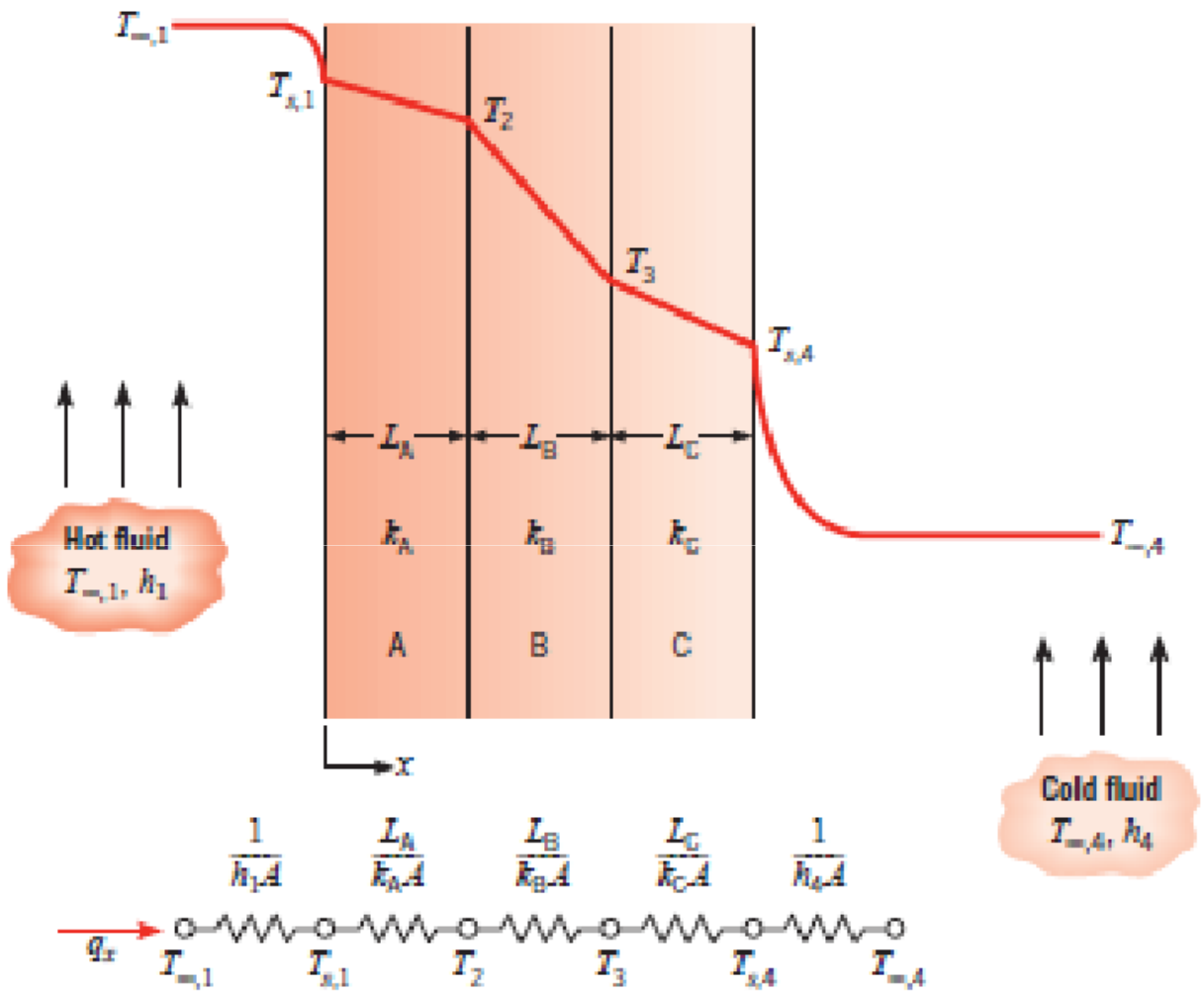
$q = k A (T_1 - T_2) / L$

$R_c = L / k A$

$$q = \frac{T_{\infty 1} - T_1}{1/h_1 A} = \frac{T_1 - T_2}{L/kA} = \frac{T_2 - T_{\infty 2}}{1/h_2 A}$$

$$q = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{tot}} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{cv1} + R_c + R_{cv2}}$$

Mur composite



$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,4}}{[(1/h_1 A) + (L_A/k_A A) + (L_B/k_B A) + (L_C/k_C A) + (1/h_4 A)]}$$

2. Transfert de chaleur à travers un cylindre

Les hypothèses que nous émettons dans le cas d'une géométrie cylindrique sont:

Régime permanent;

L'écoulement se produit dans la direction radiale seulement;

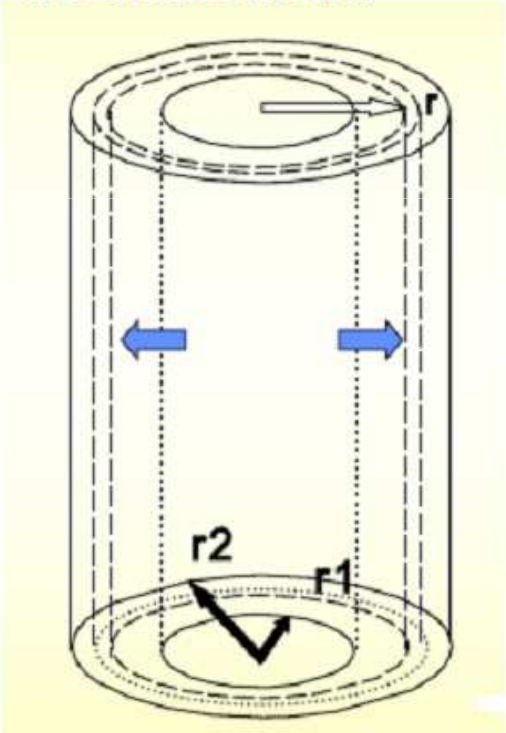
La conductivité thermique est constante;

Il n'y a pas de terme source.

Conditions aux frontières

($T=T_1$, pour $r=r_1$ et $T=T_2$, pour $r=r_2$)

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr\frac{\partial T}{\partial r}\right)=0$$



Par intégration en utilisant les conditions de Dirichlet ($T=T_1$, pour $r=r_1$ et $T=T_2$, pour $r=r_2$)on trouve la distribution de température dans un cylindre creux:

$$T(r) = (T_1 - T_2)\frac{\ln r/r_2}{\ln r_1/r_2} + T_2$$

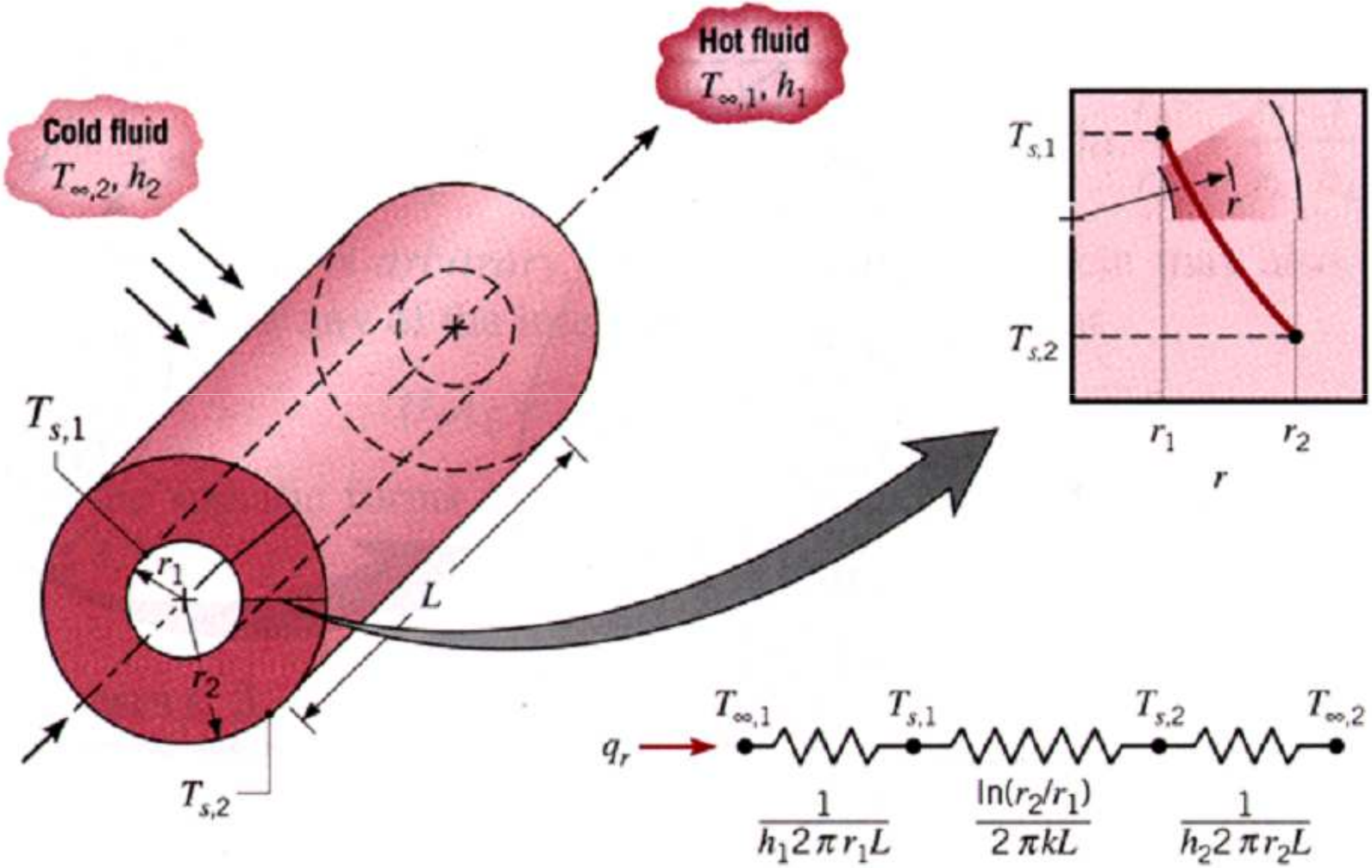
Par Fourier, on trouve ainsi le transfert de chaleur:

$$q_r = -kA\frac{dT}{dr} = 2\pi Lk\frac{(T_1 - T_2)}{\ln r_2/r_1} \Rightarrow (T_1 - T_2) = \frac{\ln r_2/r_1}{2\pi Lk}q_r$$

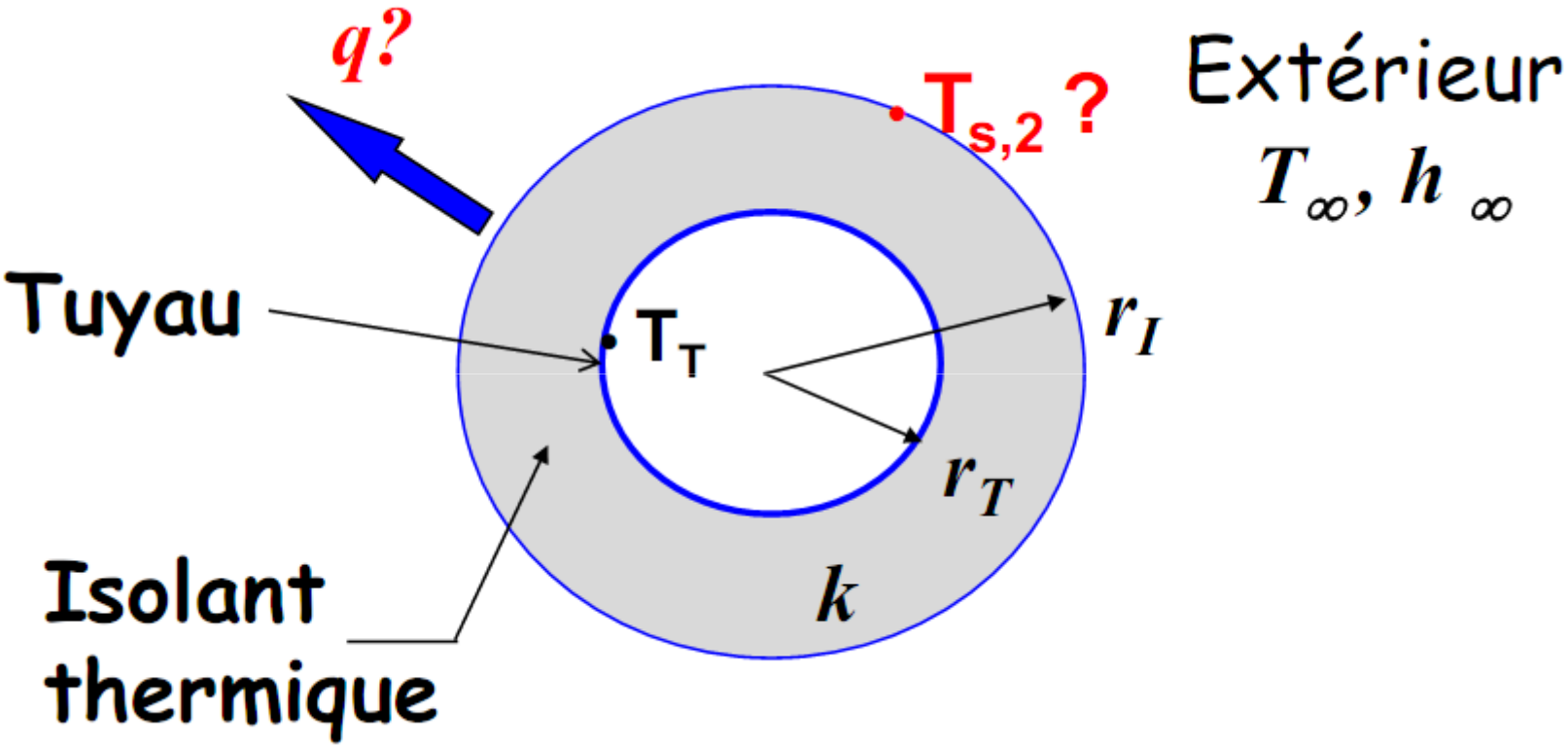
$$avec\ A = 2\pi rL$$

$$R_{condcyl} = \frac{\ln r_2/r_1}{2\pi Lk}$$

Transfert de chaleur par convection sur les surfaces du cylindre



Exemple pratique : épaisseur optimale d'isolant



En utilisant le concept des résistances thermiques, on trouve aisément que les pertes thermiques, q_r pour une longueur L du tuyau sont:

$$R_{cond} = \frac{\ln r_I / r_T}{2\pi L k}; R_{conv} = \frac{1}{2\pi r_I L h} \qquad q = \frac{\Delta T}{R_{totale}} = \frac{T_T - T_\infty}{R_{cond} + R_{conv}} = \frac{2\pi L (T_T - T_\infty)}{\frac{1}{r_I h} + \frac{1}{k}\ln(r_I / r_T)}$$

Comment varient les pertes de chaleur avec l'épaisseur de l'isolant?
→Étude du signe de la dérivée dq/dr_I

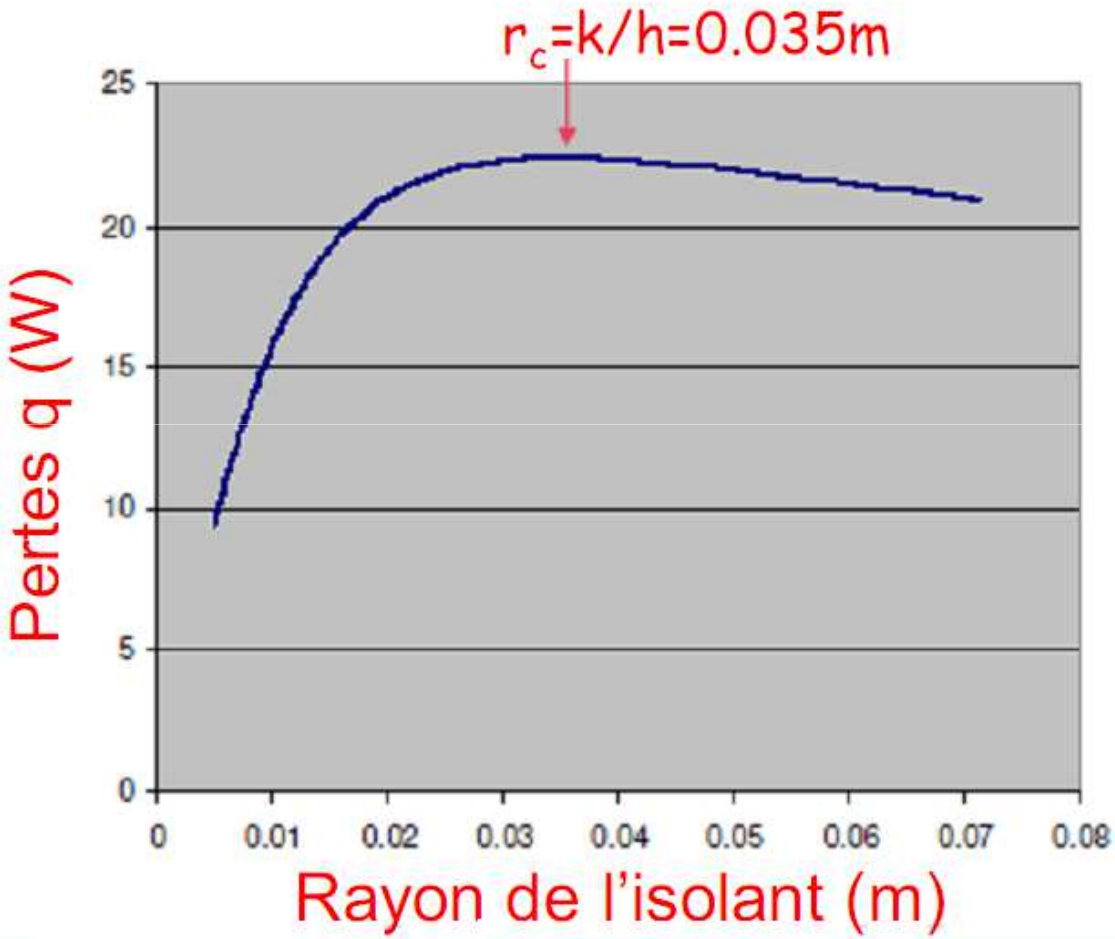
$$\frac{dq}{dr_I} = \underbrace{2\pi L (T_T - T_\infty) \frac{1}{\left(\frac{1}{r_I h} + \frac{1}{k}\ln(r_I / r_T)\right)^2} \frac{1}{r_I}}_{positif} \frac{1}{\left(\frac{1}{r_I h} - \frac{1}{k}\right)}$$

$dq/dr_I > 0$ si $r_I < k/h$ (*pertes augmentent si r_I augmente car 2 effets : conduction + convection*)

$dq/dr_I < 0$ *si* $r_I > k/h$ (*pertes diminuent si r_I augmente*)

On appelle rayon critique le rapport $r_c = k/h$

Application: $T_T = 50°C$, $r_T = 5.10^{-3}m$, $k = 0.35 w/m°C$, $h = 10 W/m^2°C$, $T_E = 20°C$, $L = 1m$



3. Transfert de chaleur en géométrie sphérique

En émettant les mêmes hypothèses que pour le cylindre creux, l'équation de la diffusion de la chaleur en coordonnées sphériques nous donne:

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2 k \frac{dT}{dr}\right) = 0$$

Par intégration en utilisant les conditions de Dirichlet ($T=T_1$, pour $r=r_1$ et $T=T_2$, pour $r=r_2$)on trouve la distribution de température dans une sphère:

$$T(r) = T_1 - (T_1 - T_2)\left(\frac{1 - r_1/r}{1 - r_1/r_2}\right)$$

Par Fourier, on trouve ainsi le transfert de chaleur:

$$q_r = -kA\frac{dT}{dr} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{4\pi k}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} = \frac{T_1 - T_2}{R_{cond}}$$

$$avec\ A = 4\pi r^2$$

Par conséquent, la résistance à la conduction dans une sphère creuse est donnée par

$$R_{cond} = \frac{1}{4\pi k}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

Analogie électrique (résumé)

Conduction mur plan: $R_{cond} = \frac{L}{kA}$

Convection mur plan: $R_{conv} = \frac{1}{hA}$

Conduction cylindre: $R_{cond} = \frac{Ln(r_2/r_1)}{2\pi Lk}$

Convection cylindre: $R_{conv} = \frac{1}{2\pi rLh}$

Conduction sphère: $R_{cond} = \frac{1}{4\pi k}(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2})$

TABLE 3.3 One-dimensional, steady-state solutions to the heat equation with no generation

	Plane Wall	Cylindrical Wall[a]	Spherical Wall[a]
Heat equation	$\frac{d^2T}{dx^2} = 0$	$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = 0$	$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dT}{dr}\right) = 0$
Temperature distribution	$T_{s,1} - \Delta T\frac{x}{L}$	$T_{s,2} + \Delta T\frac{\ln(r/r_2)}{\ln(r_1/r_2)}$	$T_{s,1} - \Delta T\left[\frac{1-(r_1/r)}{1-(r_1/r_2)}\right]$
Heat flux (q'')	$k\frac{\Delta T}{L}$	$\boxed{\frac{k\,\Delta T}{r\ln(r_2/r_1)}}$	$\boxed{\frac{k\,\Delta T}{r^2[(1/r_1)-(1/r_2)]}}$
Heat rate (q)	$kA\frac{\Delta T}{L}$	$\frac{2\pi Lk\,\Delta T}{\ln(r_2/r_1)}$	$\frac{4\pi k\,\Delta T}{(1/r_1)-(1/r_2)}$
Thermal resistance ($R_{t,\text{cond}}$)	$\frac{L}{kA}$	$\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi Lk}$	$\frac{(1/r_1)-(1/r_2)}{4\pi k}$

[a]The critical radius of insulation is $r_{cr} = k/h$ for the cylinder and $r_{cr} = 2k/h$ for the sphere.

Remarquez la dépendance du flux à « r » pour le cylindre et la sphère, il n'est donc pas constant!

Résistance de contact

$$q''_{cont} = \frac{T_A - T_B}{R''}$$

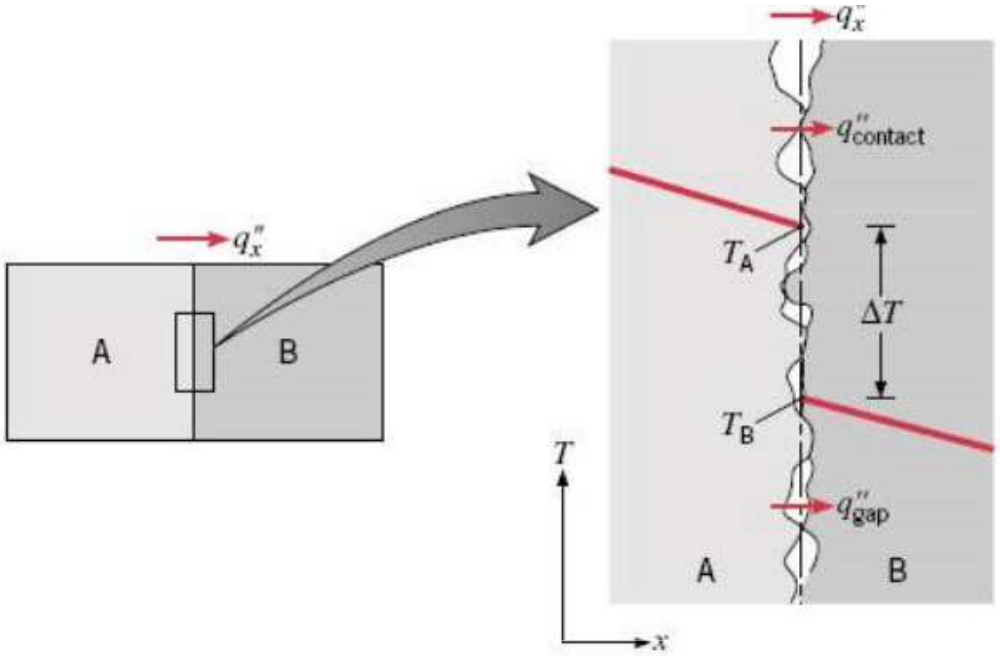


FIGURE 3.4 Temperature drop due to thermal contact resistance.

RÉSISTANCES DE CONTACT: ORDRE DE GRANDEUR

INTERFACE	R"x 10^4 m^2K/W
Aluminium/Aluminium Graisse Dow Corning	0.07
Acier inox/Acier inox Graisse Dow Corning	0.04
Silicon chip/Aluminium 0.02 mm Epoxy	0.2-0.9

Comment varier la résistance de contact?

	SANS FLUIDE À L'INTERFACE		AVEC FLUIDE INTERFACIAL	
	Résistance de contact en 10^{-4} $m^2.K/W$		Interface d'aluminium (pression de 10^5 N/m^2)	Résistance de contact
pression de contact ==>	100 kN/m^2	10 000 kN/m^2	air	2.75
acier inoxydable	6 - 25	0.7 - 4.0	hélium	1.05
cuivre	1 - 10	0.1 - 0.5	hydrogène	0.720
magnésium	1.5 - 3.5	0.2 - 0.4	huile de silicone	0.525
aluminium	1.5 - 5.0	0.2 - 0.4	glycérine	0.265

4. Génération interne de chaleur (source volumétrique)

C'est le cas où il y a génération d'énergie à l'intérieur du milieu étudié par la conversion d'énergie d'une autre forme :

-Résistance chauffée par passage d'un courant électrique

- réactions dans un réacteur nucléaire

- Absorption de rayons gamma (électromagnétique)

- Réaction endo- ou exothermique

Mur plan

Hypothèses en conduction axiale avec génération de chaleur:

1) La chaleur se propage principalement le long de l'axe x
2) Nous supposons un régime permanent;
3) La conductivité thermique est constante.

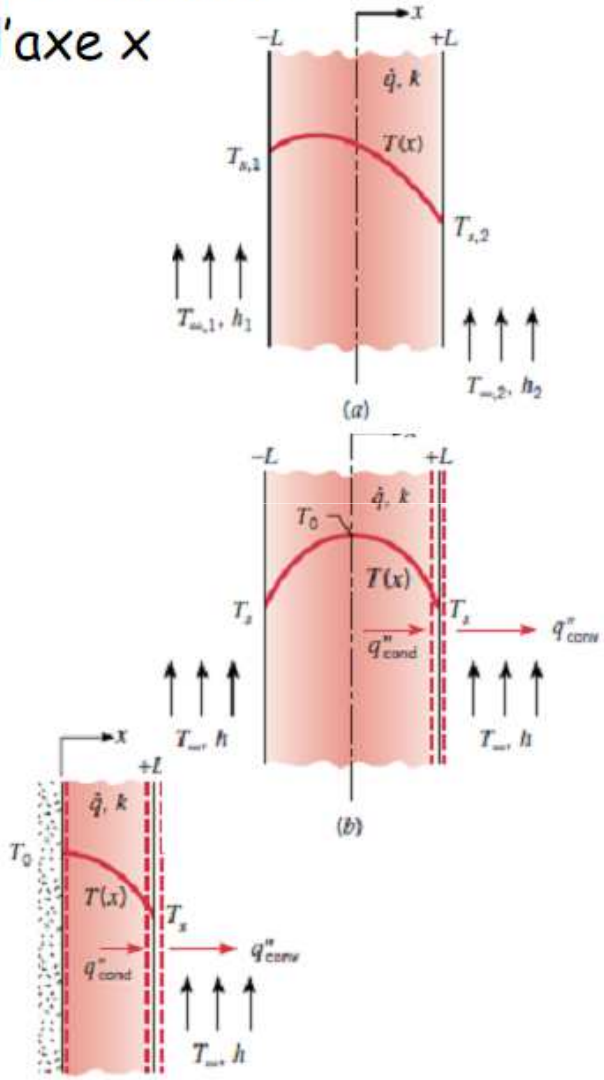
$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0$$

dépendamment des conditions aux limites (cas a)

$$T(x) = \frac{\dot{q}L^2}{2k}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + \frac{(T_{s2} - T_{s1})}{2}\frac{x}{L} + \frac{(T_{s2} + T_{s1})}{2}$$

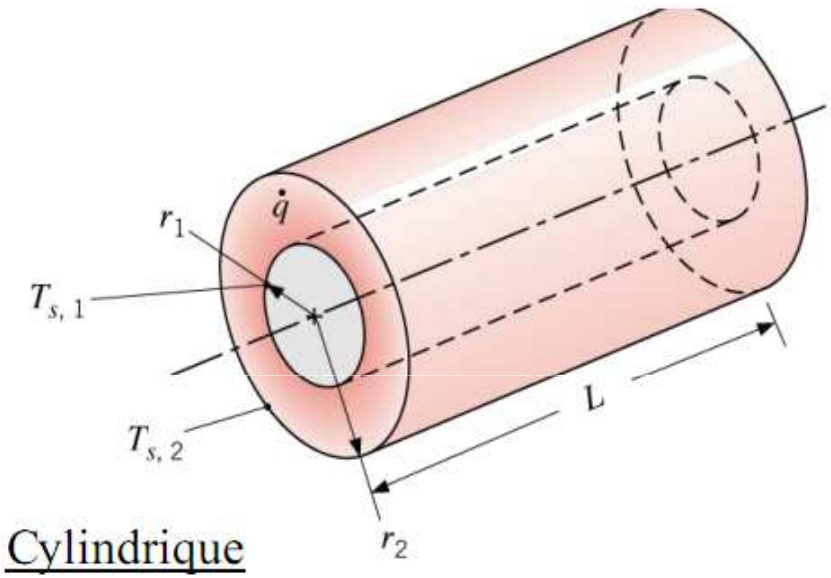
$$-k\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=L} = h(T_s - T_\infty)$$

$$\dot{q}L = h(T_s - T_\infty)$$

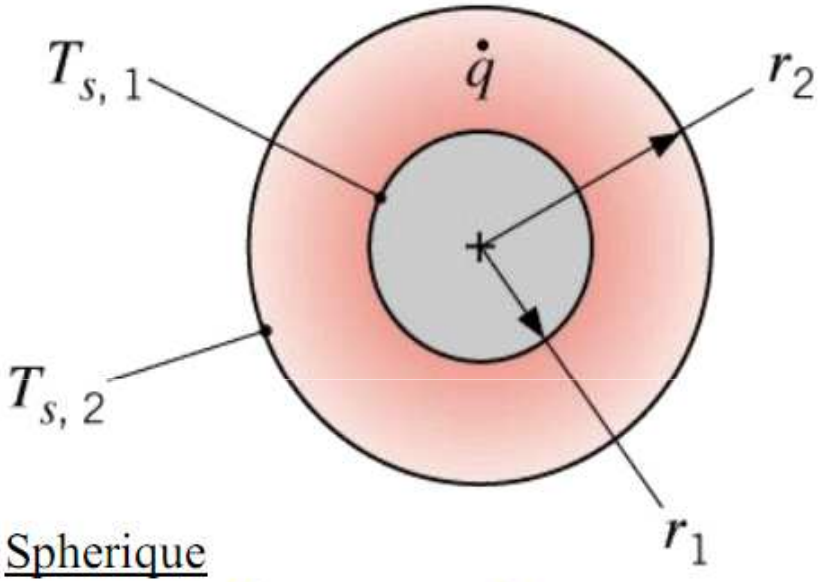


Cylindre et sphère creux

Cylindre creux



Sphere creuse



Cylindrique

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(kr\frac{dT}{dr}\right)+\dot{q}=0$$

Spherique

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(kr^2\frac{dT}{dr}\right)+\dot{q}=0$$

Attention aux conditions aux limites pour le calcul de $\dot{q}$ *au besoin*

TABLE C.1 One-Dimensional, Steady-State Solutions to the Heat Equation for Plane, Cylindrical, and Spherical Walls with Uniform Generation and Asymmetrical Surface Conditions

Temperature Distribution

Plane Wall

$$T(x) = \frac{\dot{q}L^2}{2k}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + \frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{2}\frac{x}{L} + \frac{T_{s,1} + T_{s,2}}{2} \tag{C.1}$$

Cylindrical Wall

$$T(r) = T_{s,2} + \frac{\dot{q}r_2^2}{4k}\left(1 - \frac{r^2}{r_2^2}\right) - \left[\frac{\dot{q}r_2^2}{4k}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]\frac{\ln(r_2/r)}{\ln(r_2/r_1)} \tag{C.2}$$

Spherical Wall

$$T(r) = T_{s,2} + \frac{\dot{q}r_2^2}{6k}\left(1 - \frac{r^2}{r_2^2}\right) - \left[\frac{\dot{q}r_2^2}{6k}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]\frac{(1/r) - (1/r_2)}{(1/r_1) - (1/r_2)} \tag{C.3}$$

Heat Flux

Plane Wall

$$q''(x) = \dot{q}x - \frac{k}{2L}(T_{s,2} - T_{s,1}) \tag{C.4}$$

Cylindrical Wall

$$q''(r) = \frac{\dot{q}r}{2} - \frac{k\left[\frac{\dot{q}r_2^2}{4k}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]}{r\ln(r_2/r_1)} \tag{C.5}$$

Spherical Wall

$$q''(r) = \frac{\dot{q}r}{3} - \frac{k\left[\frac{\dot{q}r_2^2}{6k}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]}{r^2[(1/r_1) - (1/r_2)]} \tag{C.6}$$

Heat Rate

Plane Wall

$$q(x) = \left[\dot{q}x - \frac{k}{2L}(T_{s,2} - T_{s,1})\right]A_x \tag{C.7}$$

Cylindrical Wall

$$q(r) = \dot{q}\pi L r^2 - \frac{2\pi Lk}{\ln(r_2/r_1)} \cdot \left[\frac{\dot{q}r_2^2}{4k}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right] \tag{C.8}$$

Spherical Wall

$$q(r) = \frac{\dot{q}4\pi r^3}{3} - \frac{4\pi k\left[\frac{\dot{q}r_2^2}{6k}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) + (T_{s,2} - T_{s,1})\right]}{(1/r_1) - (1/r_2)} \tag{C.9}$$

4. Les ailettes

Surfaces étendues

Le transfert de chaleur ne peut augmenté que de 3 façons :

1. Diminuer la température ambiante T
2. Augmenter h
3. Augmenter A

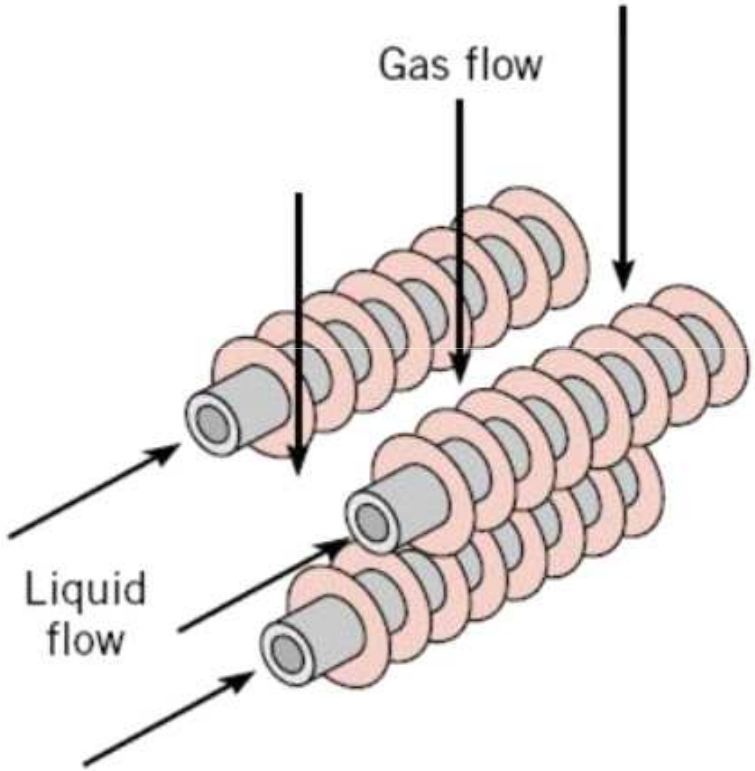
Mais

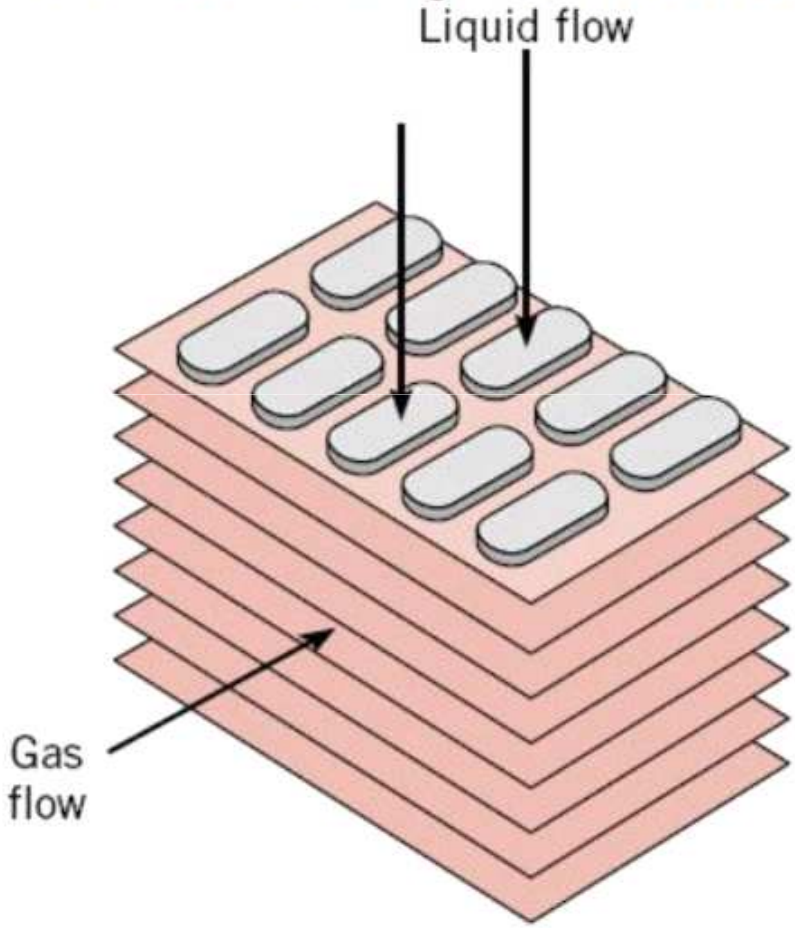
Il est évidemment difficile d'augmenter la température du milieu.

Pour augmenter le coefficient d'échange par convection, il faut augmenter la vitesse de l'écoulement, ce qui n'est pas toujours pratique.

Généralement, on recourt à l'augmentation de l'aire d'échange entre la surface et l'environnement.

La fonction d'une ailette est d'augmenter la surface d'échange d'un objet donné. L'augmentation de cette surface favorise l'échange de chaleur.



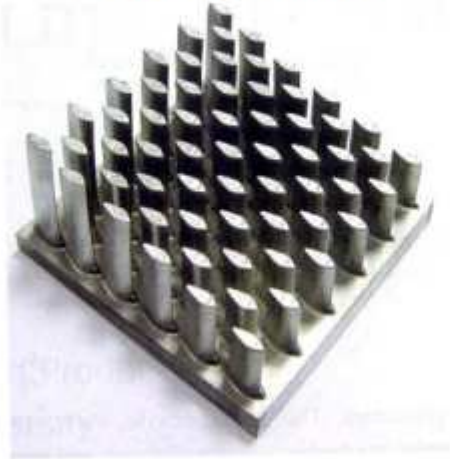


Carrée ou rectangulaire

Cylindrique (∅ = cst)

Cylindrique (∅ ≠ cst)

Ellipsoïdale



Trapézoïdale

Nid d'abeille

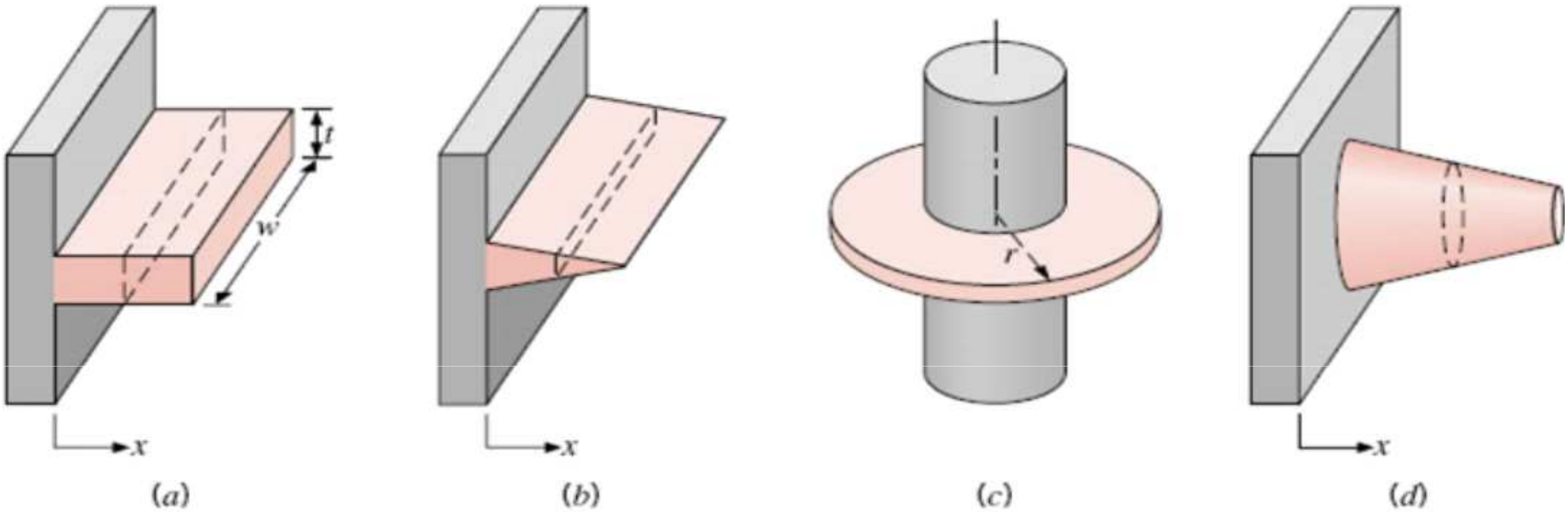


FIGURE 3.14 Fin configurations. (*a*) Straight fin of uniform cross section. (*b*) Straight fin of nonuniform cross section. (*c*) Annular fin. (*d*) Pin fin.

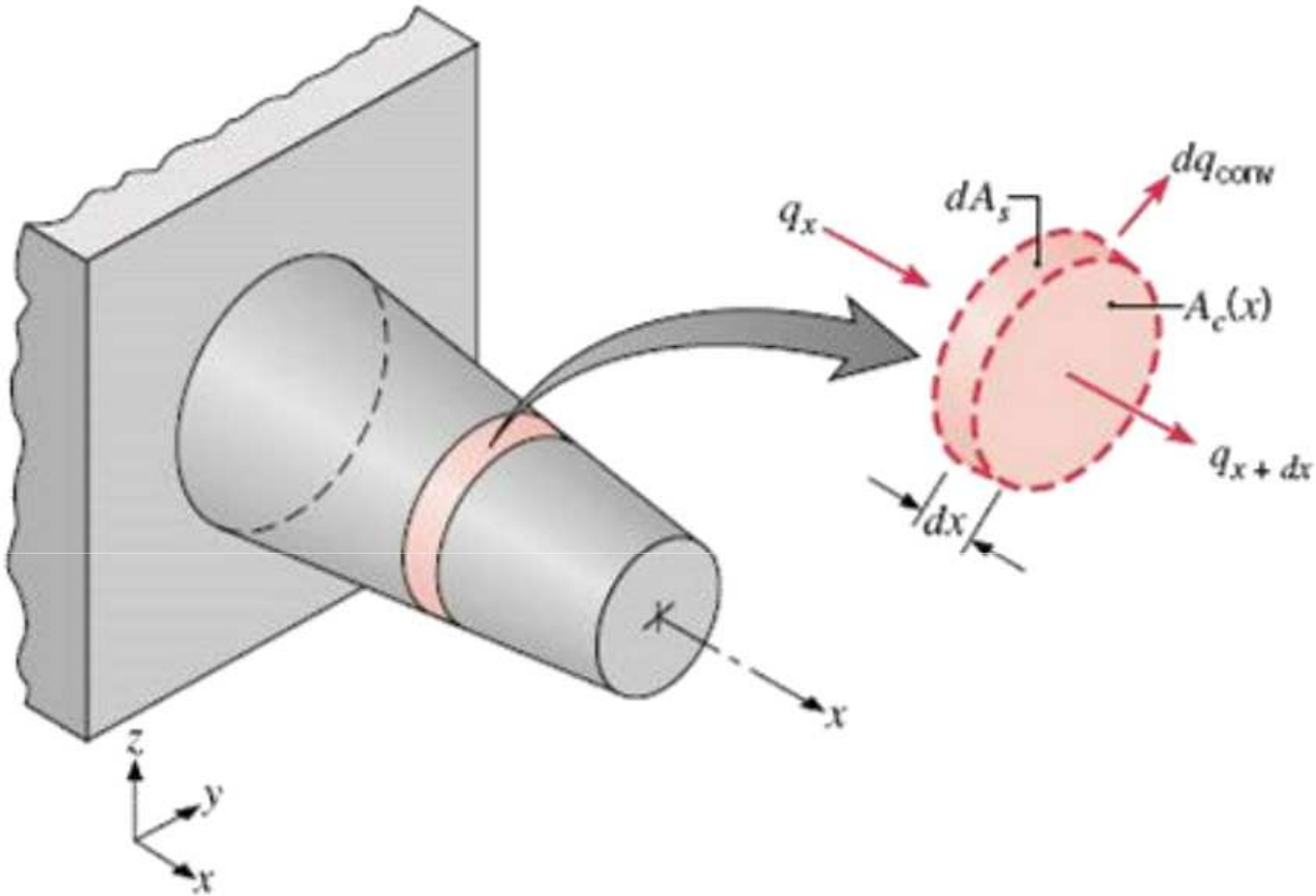


FIGURE 3.15 Energy balance for an extended surface.

Surfaces étendues

Cas d'une ailette de section constante (rectangulaire, carrée ou cylindrique)

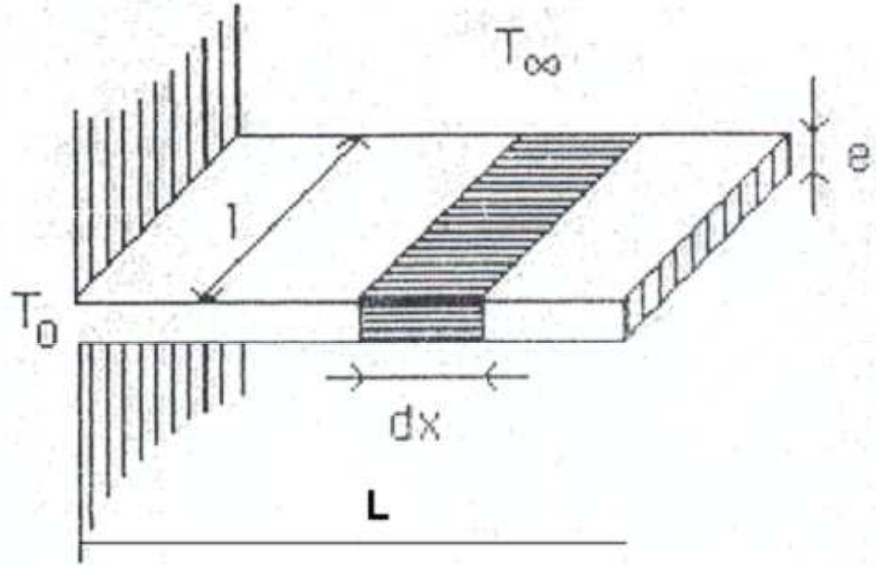
Hypothèses:

Régime permanent;

T=T(x);

K= Constante;

Il n'y a pas de terme source.



$$\underbrace{q(x) - q(x+dx)}_{\text{Conduction}} + \underbrace{\dot{q}(x)\,A(x)\,dx}_{\text{Source interne}} = \underbrace{h\left(T(x) - T_\infty\right) dA^*}_{\text{Convection}}$$

$$q(x) - q(x+dx) + \dot{q}(x)\,A(x)\,dx = h\,\left(T(x) - T_\infty\right)\,dA^*$$

$$q(x) - q(x+dx) = \left[-k\,A\,\frac{\partial T}{\partial x}\right]_x - \left[-k\,A\,\frac{\partial T}{\partial x}\right]_{x+dx}$$

$$\theta(x) = T(x) - T_\infty$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\,A\,\frac{\partial \theta}{\partial x}\right) = h\,\frac{\partial A^*}{\partial x}\,\theta(x) - \cancel{\dot{q}(x)\,A(x)}$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \frac{h}{k\,A}\,\frac{\partial A^*}{\partial x}\,\theta = 0$$

$$\frac{h\,p}{k\,A} = m^2$$

$$\frac{\partial A^*}{\partial x} = p = \begin{cases} 2\,\pi\,R & \text{si la section est circulaire de rayon R} \\ 4\,e & \text{si la section est carrée de côté e} \\ 2\,(L+e) & \text{si la section est rectangualire de largeur } L \text{ et d'épaisseur e} \end{cases}$$

D'où, pour une ailette de section constante

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0$$

Équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants.

La solution générale de cette équation différentielle est:

$$\theta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}$$

Pour déterminer les constantes C_1 et C_2 en utilise les conditions aux frontières

à x=0 (base de l'ailette) $T(0)=T_b \Rightarrow \Theta(0)=C_1+C_2=\Theta_b=T_b - T_\infty$

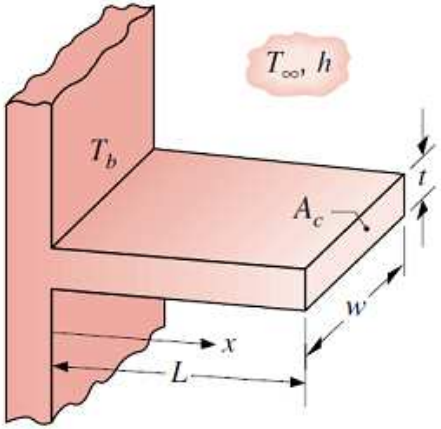
À l'extrémité, les 4 conditions possibles sont:

A. Une convection *h* sur l'extrémité de l'ailette (à *x=L*);

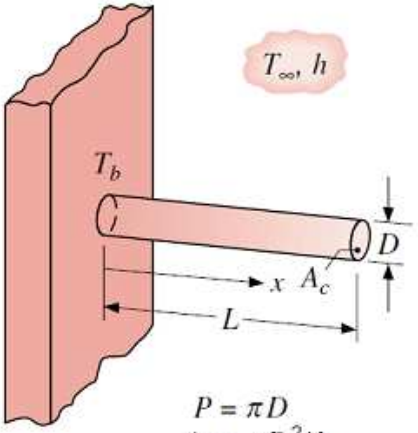
B. L'extrémité de l'ailette est isolée;

C. La température à l'extrémité de l'ailette est imposée·

D. L'ailette a une longueur infinie.

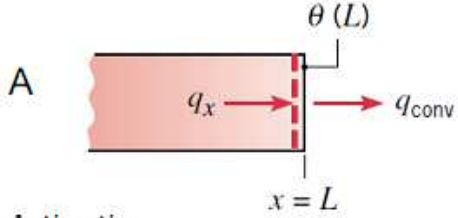


$P = 2w + 2t$
$A_c = wt$
(a)

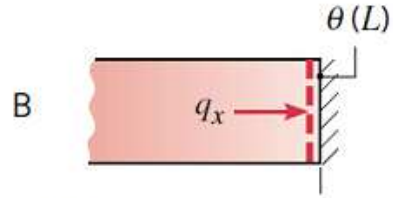


$P = \pi D$
$A_c = \pi D^2/4$

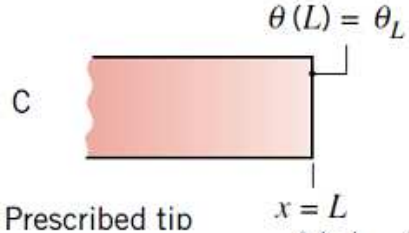
Case	Fin tip boundary condition
A	$q_x = q_{conv}$, $-kA_c \left.\frac{d\theta}{dx}\right\|_{x=L} = hA_c\,\theta(L)$
B	$q_x = -kA_c \left.\frac{d\theta}{dx}\right\|_{x=L} = 0$
C	$\theta(L) = \theta_L$
D	$\theta(\infty) = 0$



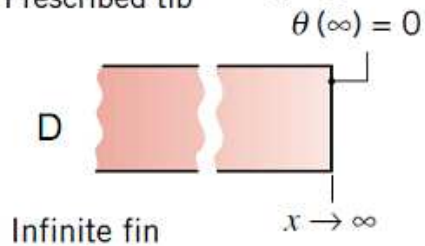
Active tip



Adiabatic tip



Prescribed tip



Infinite fin

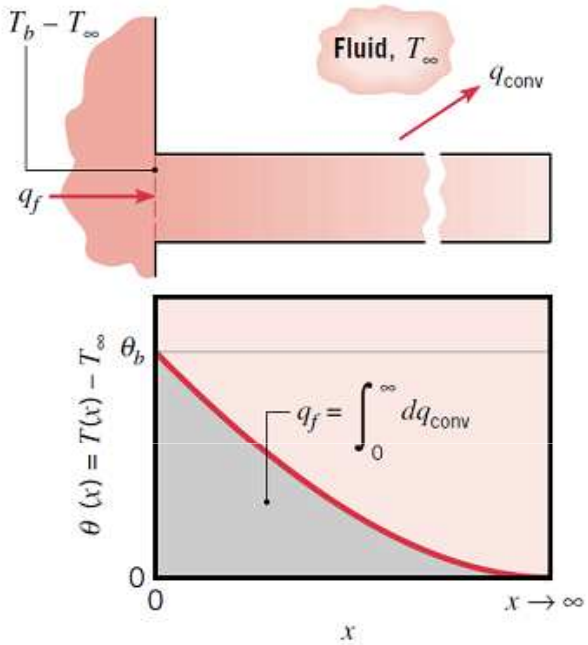


TABLE 3.4 Temperature distribution and heat loss for fins of uniform cross section

Case	Tip Condition ($x = L$)	Temperature Distribution θ/θ_b	Fin Heat Transfer Rate q_f
A	Convection heat transfer: $h\theta(L) = -k\,d\theta/dx\|_{x=L}$	$\dfrac{\cosh m(L-x) + (h/mk)\sinh m(L-x)}{\cosh mL + (h/mk)\sinh mL}$ (3.70)	$M\dfrac{\sinh mL + (h/mk)\cosh mL}{\cosh mL + (h/mk)\sinh mL}$ (3.72)
B	Adiabatic $d\theta/dx\|_{x=L} = 0$	$\dfrac{\cosh m(L-x)}{\cosh mL}$ (3.75)	$M \tanh mL$ (3.76)
C	Prescribed temperature: $\theta(L) = \theta_L$	$\dfrac{(\theta_L/\theta_b)\sinh mx + \sinh m(L-x)}{\sinh mL}$ (3.77)	$M\dfrac{(\cosh mL - \theta_L/\theta_b)}{\sinh mL}$ (3.78)
D	Infinite fin ($L \to \infty$): $\theta(L) = 0$	e^{-mx} (3.79)	M (3.80)

$\theta \equiv T - T_\infty$ $\quad m^2 \equiv hP/kA_c$

$\theta_b = \theta(0) = T_b - T_\infty$ $\quad M \equiv \sqrt{hPkA_c}\,\theta_b$

A_c is the *cross-sectional* area.

Rendement des ailettes, η_f

- L'ailette a pour but de permettre une plus grande dissipation de chaleur. Le taux maximum de dissipation qu'une ailette pourrait avoir est le taux qu'on obtiendrait si l'ailette entière était à la température de la base (car c'est celle-ci qui a le plus grand ΔT). Par contre, cette situation n'est pas possible car il doit y avoir un gradient de température dans l'ailette associé au phénomène de conduction.
- Il est définie comme étant le rapport entre le flux dissipé par l'ailette et le flux que transférerait l'ailette si elle était à une température uniforme T_b (θ_b)

On peut ainsi définir un rendement de l'ailette par:

$$\eta_f = \frac{q_f}{hA_f\theta_b} \quad avec\ A_f\, aire\ de\ l'ailette$$

L'efficacité des ailettes, ε_f

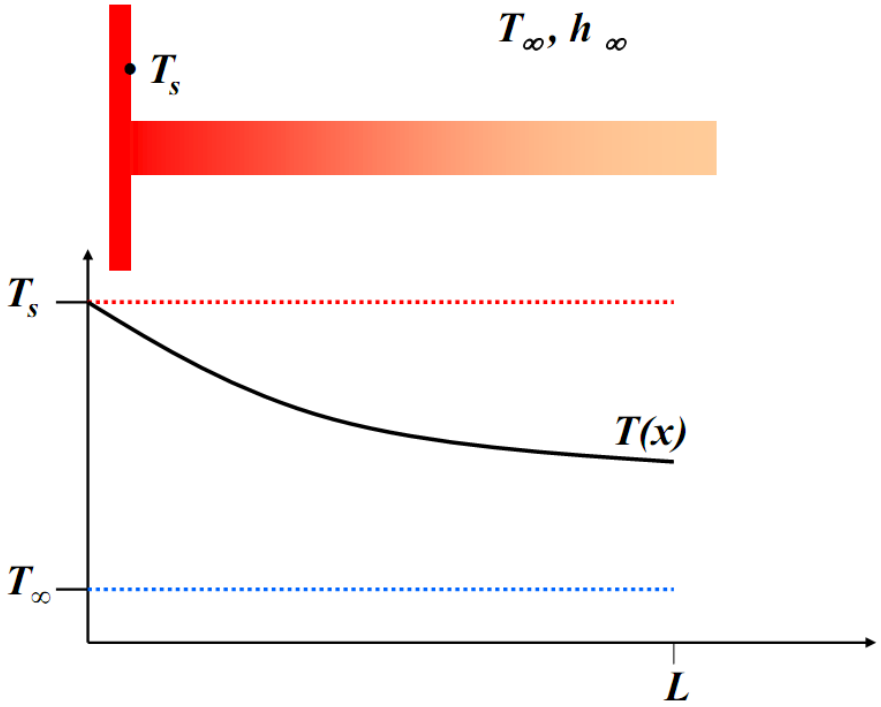
- Comparaison avec une situation où il n'y aurait pas d'ailette

On peut ainsi définir l'efficacité d'une ailette par:

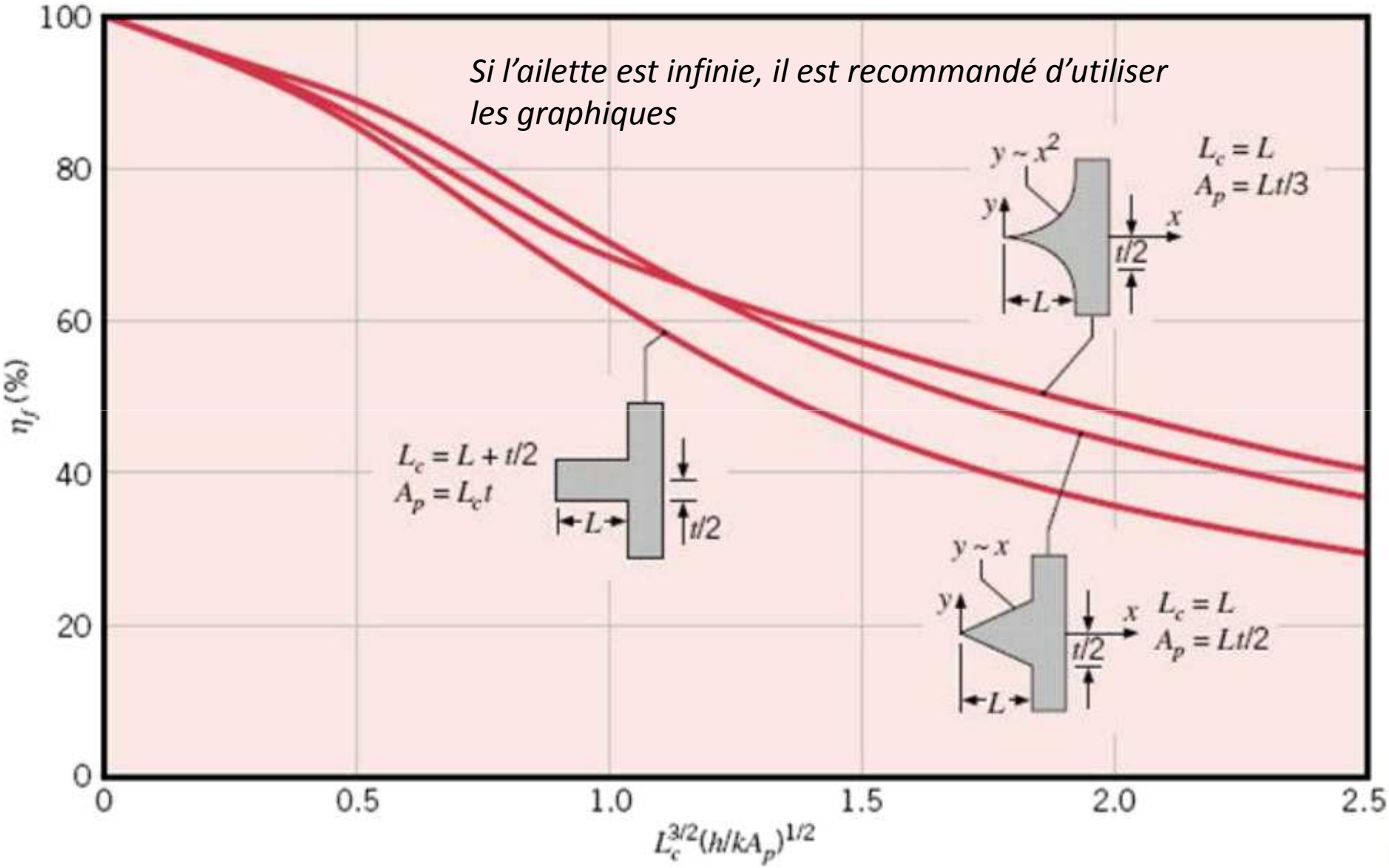
$$\varepsilon_f = \frac{q_f}{hA_b\theta_b}$$

avec A_b la section occupée par l'ailette à la base de la parois

L'installation de l'ailette est considérée intéressante si l'efficacité >2



Rendement des ailettes 2D



Surfaces étendues - section transverse non-uniforme

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \left(\frac{1}{A_c}\frac{dA_c}{dx}\right)\frac{dT}{dx} - \frac{h}{kA_c}\frac{dA_c}{dx}(T(x) - T_\infty) = 0$$

La dérivée du deuxième terme n'est plus nulle. Ce petit détail complique grandement la résolution de l'équation différentielle.

Rendement des ailettes standards

TABLE 3.5 Efficiency of common fin shapes

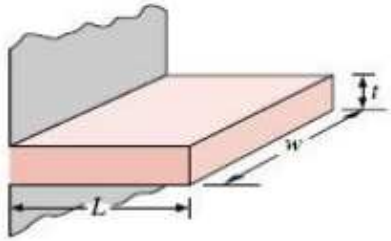
Straight Fins

Rectangular[a]

$A_f = 2wL_c$

$L_c = L + (t/2)$

$A_p = tL$

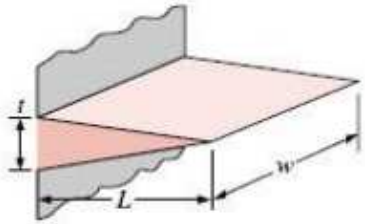


$$\eta_f = \frac{\tanh mL_c}{mL_c}$$

Triangular[a]

$A_f = 2w[L^2 + (t/2)^2]^{1/2}$

$A_p = (t/2)L$



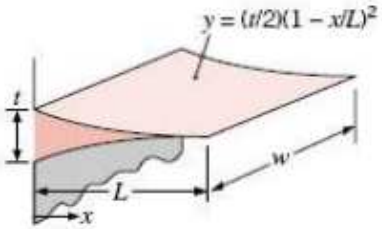
$$\eta_f = \frac{1}{mL}\frac{I_1(2mL)}{I_0(2mL)}$$

Parabolic[a]

$A_f = w[C_1L + (L^2/t)\ln(t/L + C_1)]$

$C_1 = [1 + (t/L)^2]^{1/2}$

$A_p = (t/3)L$



$$\eta_f = \frac{2}{[4(mL)^2 + 1]^{1/2} + 1}$$

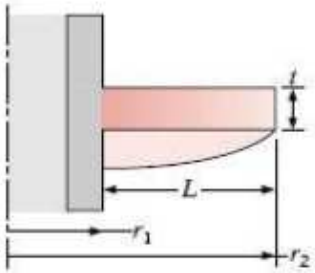
Circular Fin

Rectangular[a]

$A_f = 2\pi(r_{2c}^2 - r_1^2)$

$r_{2c} = r_2 + (t/2)$

$V = \pi(r_2^2 - r_1^2)t$



$$\eta_f = C_2\frac{K_1(mr_1)I_1(mr_{2c}) - I_1(mr_1)K_1(mr_{2c})}{I_0(mr_1)K_1(mr_{2c}) + K_0(mr_1)I_1(mr_{2c})}$$

$$C_2 = \frac{(2r_1/m)}{(r_{2c}^2 - r_1^2)}$$

[a] $m = (2h/kt)^{1/2}$

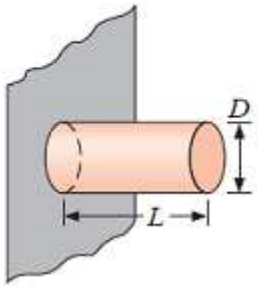
Pin Fins

Rectangular[b]

$A_f = \pi D L_c$

$L_c = L + (D/4)$

$V = (\pi D^2/4)L$

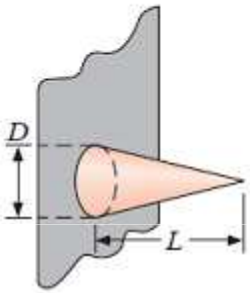


$$\eta_f = \frac{\tanh mL_c}{mL_c}$$

Triangular[b]

$A_f = \frac{\pi D}{2}[L^2 + (D/2)^2]^{1/2}$

$V = (\pi/12)D^2 L$



$$\eta_f = \frac{2}{mL}\frac{I_2(2mL)}{I_1(2mL)}$$

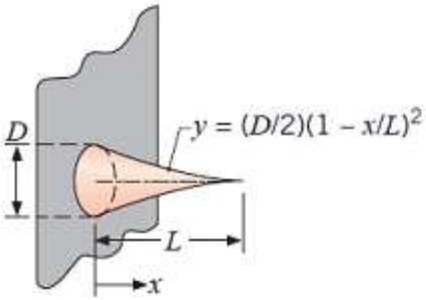
Parabolic[b]

$$A_f = \frac{\pi L^3}{8D}\{C_3 C_4 - \frac{L}{2D}\ln[(2DC_4/L) + C_3]\}$$

$C_3 = 1 + 2(D/L)^2$

$C_4 = [1 + (D/L)^2]^{1/2}$

$V = (\pi/20)D^2 L$

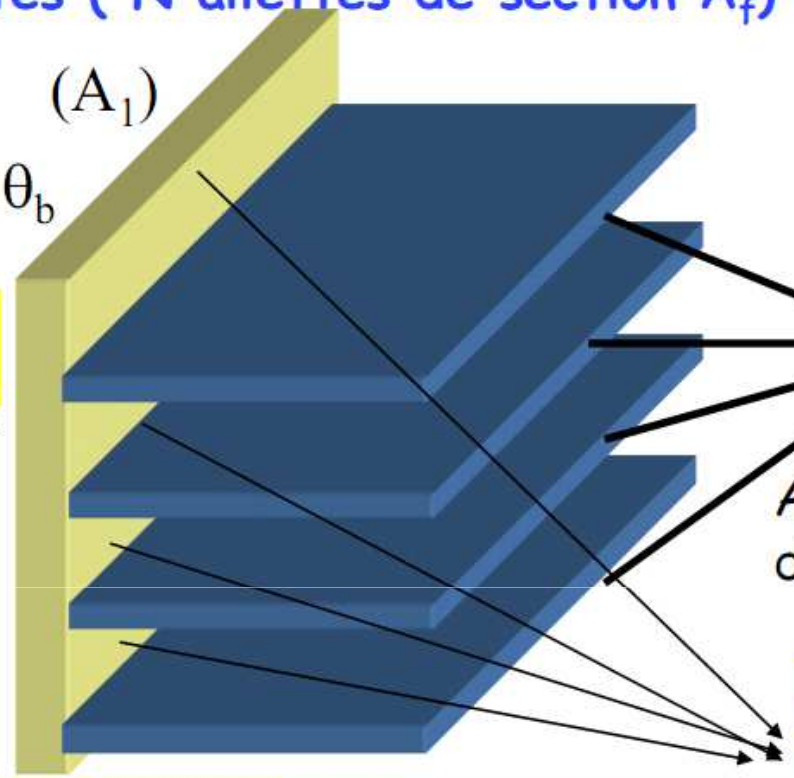


$$\eta_f = \frac{2}{[4/9(mL)^2 + 1]^{1/2} + 1}$$

[b] $m = (4h/kD)^{1/2}$

Cas de plusieurs ailettes (N ailettes de section A_f)

$$\eta_o = q_t / q_{max}$$



$$q_{max} = h\,A_t\theta_b$$

A_t: surface totale (ailettes +intercalaires

$$\eta_f\ h\,A_2\ \theta_b$$

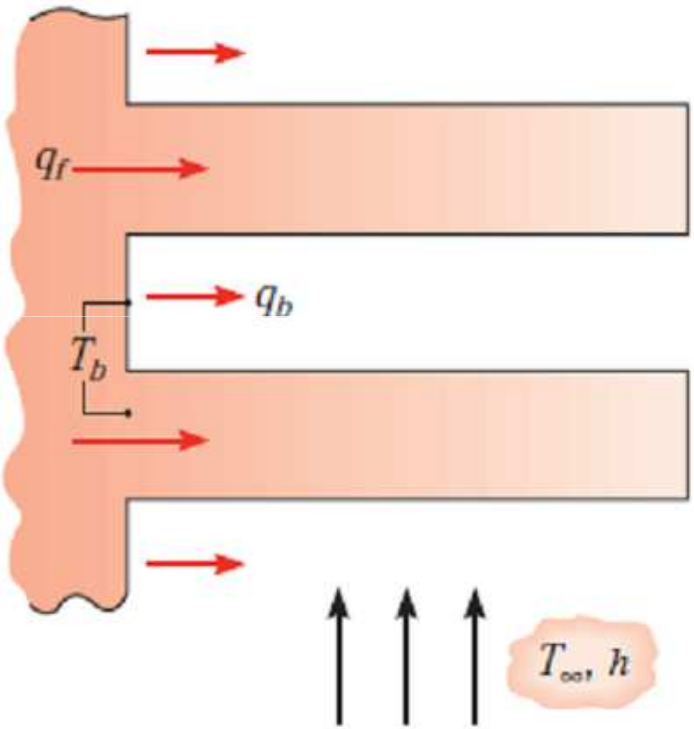
A_2 surface totale des ailettes=NA_f

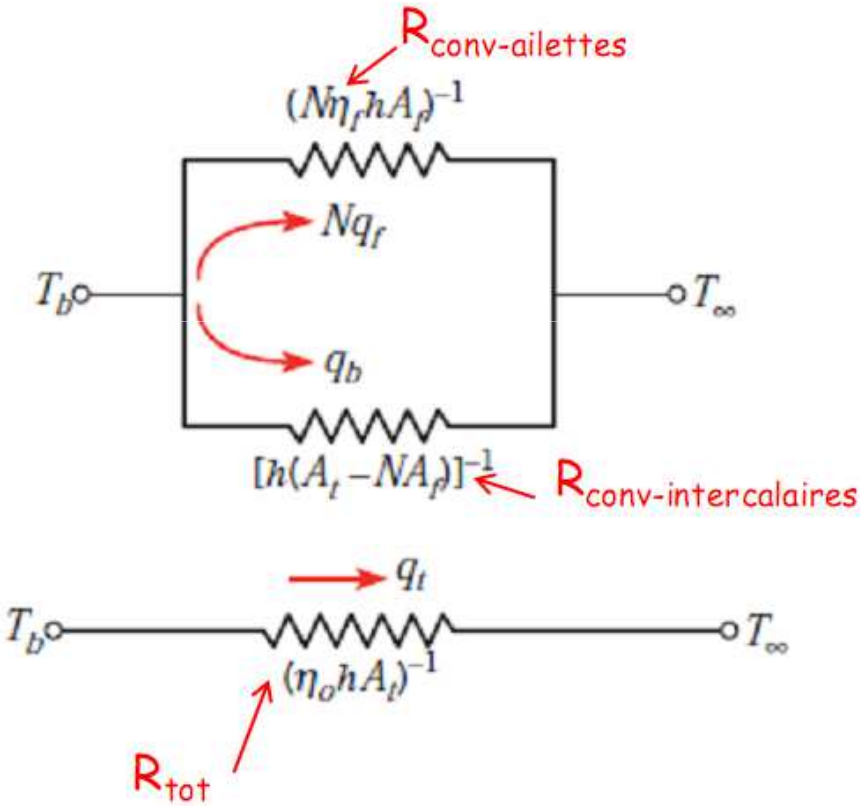
$$h\,(A_t - A_2)\ \theta_b$$

$$\eta_o = \frac{h\,(A_t - A_2)\ \theta_b + \eta_f\ h\,A_2\ \theta_b}{h\,A_t\theta_b} \rightarrow \eta_o = 1 - (1 - \eta_f)\ \frac{A_2}{A_t}$$

On montre que: $$q_t = hA_t\left[1 - \frac{NA_f}{A_t}(1 - \eta_f)\right]\theta_b$$

Efficacité des ailettes standards (circuit thermique)





Efficacité des ailettes standards

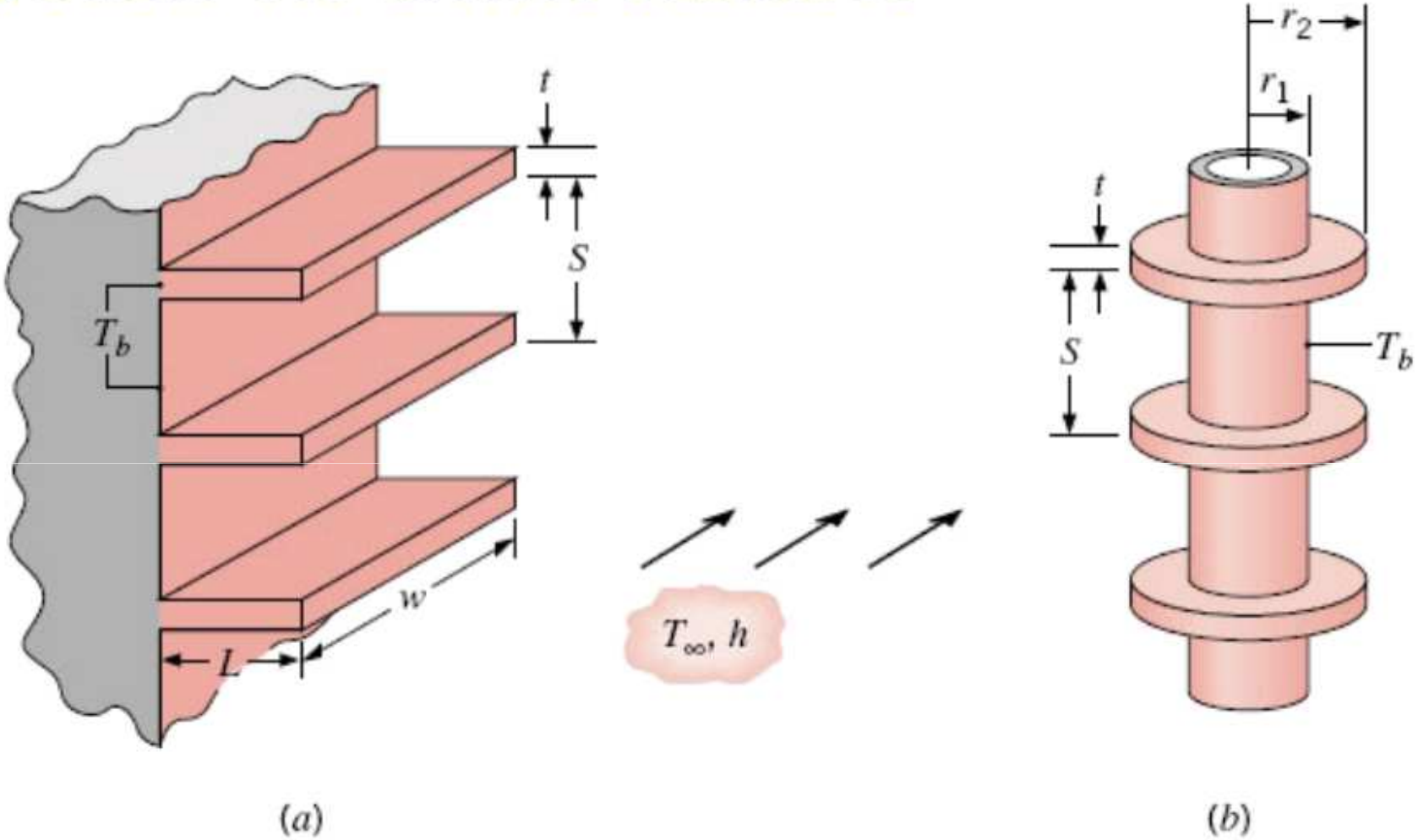


FIGURE 3.20 Representative fin arrays. (*a*) Rectangular fins. (*b*) Annular fins

Exemple :

La fenêtre de visite d'un four, séparant l'intérieur de l'air extérieur, est constituée de deux plaques de plastique résistant à la température A et B d'épaisseurs $L_A=2L_B$ et de conductivités thermique $k_A=0,15W/m.K$ et $K_B=0,08W/m.K$.

Pendant le fonctionnement, la paroi du four et l'air sont à une température de Tw et Ta de 400°C et la température de la chambre est à 25°C. Le transfert par convection et rayonnement à l'intérieur se font avec des coef. d'échange hi et hr et l'échange à l'extérieur se fait avec un coef. d'échange ho. Ces coef. Sont approximativement égaux à 25W/m2°K.

Quelle est l'épaisseur minimale de la fenêtre $L= L_A+L_B$ pour que la température de la face extérieure de la fenêtre n'excède pas 50°C?